CALCOLO PARALLELO

Sia dato un algoritmo di benchmark (di prova delle prestazioni del sistema di calcolo);
Sia T_1 il tempo sequenziale, ossia il tempo impiegato per eseguire l'algoritmo di benchmark con un solo processore;
Sia p il numero di processori di un sistema parallelo;
Sia T_p il tempo parallelo, ossia il tempo impiegato per eseguire l'algoritmo di benchmark con un sistema parallelo di p processori;

DEFINIZIONI:
Speedup del sistema parallelo: $S_p = T_1/T_p$
Efficienza del sistema parallelo: $E_p = S_p/p$
Overhead del sistema parallelo: $O_h = pT_p – T_1$

- Lo **speedup** misura la riduzione del tempo di esecuzione rispetto all'algoritmo su un processore. Nel caso ideale $S_p = p$;
- L'**efficienza** misura quanto l'algoritmo sfrutta il parallelismo del calcolatore. Nel caso ideale Efficienza = 1;
- L'**overhead** misura quanto lo speedup differisce da quello ideale, ovvero rappresenta un'indicazione sullo spreco delle risorse di calcolo.
  Idealmente $O_h = 0$.

Esempio numerico:
Supponiamo $T_1 = 120$ sec;
p = 4 (sistema parallelo quad-core);
$T_p = 35$ sec.
Dunque, il sistema parallelo sarà caratterizzato dai seguenti parametri:
$S_p = T_1/T_p = 120/35 = 3{,}43$ (nel caso ideale $S_p = 4$)

$E_p = S_p/p = 3,43/4 = 0,86$ (nel caso ideale $E_P = 1$)
$Oh = pT_p - T_1 = 4*35 - 120 = 140 - 120 = 20$ (nel caso ideale $O_h = 0$)

OSSERVAZIONE:
Dato un algoritmo di benchmark, in generale si osserva che al crescere del numero dei processori (p) l'overhead (O_h) aumenta e cioè l'efficienza del sistema diminuisce. Sperimentalmente si osserva quanto segue:

N. processori (p)	Speedup (S_p)	Efficienza (E_p)
1	1	1
2	1,88	0,94
4	3,00	0,75
8	3,75	0,47

Dunque, in generale, l'utilizzo di un maggior numero di processori NON è sempre una garanzia di sviluppo di algoritmi paralleli "efficaci".

Domanda: E' possibile ottenere valori di speedup prossimi allo Speedup ideale?

Analisi del tempo di esecuzione di un algoritmo di benchmark:
$T_1 = T_S + T_C$
con:
T_1 tempo di esecuzione su un singolo processore
T_S frazione di tempo seriale (che non è possibile parallelizzare, ovvero la parte dell'algoritmo che viene eseguita comunque da un solo processore)
T_C frazione di tempo concorrente (che può essere suddivisa su più processori, ovvero la parte dell'algoritmo che può essere eseguita in parallelo con più processori).

Pertanto, se utilizziamo p processori (che agiscono solo sulla parte concorrente T_C), il tempo di esecuzione sul sistema parallelo risulta:
$T_p = T_s + T_c/p$

Ora posto $T_1 = 1$; $T_S = \alpha$; $T_C = 1 - \alpha$
lo speedup si può riscrivere come:
$S_p = T_1/T_p = 1/(T_S + T_C/p) = 1/(\alpha + (1-\alpha)/p)$
Qusta espressione rappresenta la **legge di Amdahl**

Per come definita α rappresenta la frazione di tempo seriale, ovvero la parte non parallelizzabile.
Analizziamo ora l'andamento dello speedup all'aumentare del numero p di processori.
Sulla base della legge di Amdahl:

$$Sp = \frac{1}{\alpha + \frac{(1-\alpha)}{p}}$$

al crescere del numero dei processori (p), il rapporto $\frac{(1-\alpha)}{p}$ tende a 0, e pertanto $S_p = 1/\alpha$.

Ciò significa che, aumentando il numero dei processori lo speedup tenderà al valore 1/α. Riducendo sempre più la parte seriale α (porzione dell'algoritmo che non può essere parallelizzata) aumenta lo speedup, che comunque è limitato proprio dal fattore α.
In conclusione, aumentando il numero di processori p, lo speedup non migliora, e questo limite dipende dalla parte sequenziale α dell'algoritmo.
Esempio: se α=10% (ossia α=0.1) il massimo valore di speedup è 10, indipendentemente dal numero di processori p.

Grafico:

Il seguente grafico mostra le curve dello speedup, in funzione del numero dei processori (p), al variare della porzione parallela 1-α rispetto al tempo T_p totale.

Se la porzione che può essere parallelizzata (tempo concorrente T_C = 1-α) è pari al 50%, allora (1-α) = 0,5; dunque α=0,5 pertanto lo speedup tende a 1/α = 1/0,5 = 2;

Nel caso estremo del grafico, se la porzione che può essere parallelizzata

T_C = 1-α = 95% = 0,95 allora α= 1 – 0,95 = 0,05 e dunque lo speedup tende a 1/α = 1/0,05 = 20.