FUNZIONI LOGICHE

Definizioni di base:

Variabile binaria:
Parametro che può assumere solo due valori: 0 oppure 1.

Operatore logico:
Operazione che agisce su valori binari.

- Operatore AND (prodotto logico)
- Operatore OR (somma logica)
- Operatore NOT (inversione o negazione logica)

Funzione logica:
Funzione che opera su variabili binarie (valori di input) e che restituisce a sua volta un valore binario (output). Una funzione logica è costituita da operatori logici.

Tabelle di verità degli operatori logici:

Tabella operatore AND:

a	b	a AND b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

L'operatore AND vale sempre 0 tranne nel caso in cui entrambe le variabili binarie (a e b) assumono il valore 1. L'operatore AND viene anche denominato prodotto logico.
Modalità di rappresentazione: a AND b = ab

Tabella operatore OR:

a	b	a OR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

L'operatore OR vale sempre 1 tranne nel caso in cui entrambe le variabili binarie (a e b) assumono il valore 0. L'operatore OR viene anche denominato somma logica.
Modalità di rappresentazione: a OR b = a+b

Tabella operatore NOT:

a	NOT a
0	1
1	0

L'operatore NOT agisce su una sola variabile, invertendone il valore.
L'operatore NOT viene anche denominato inversione o negazione logica.
Modalità di rappresentazione: NOT(a) = a

Analisi delle funzioni logiche:
L'analisi di una funzione logica consiste nel realizzare la tabella di verità e, il relativo schema circuitale, a partire da una data espressione.

Esempio:
Analizzare la seguente funzione: y = (ab) + (a+b)
La funzione y agisce su due variabili di input (a e b).
Riscriviamo la funzione evidenziandone gli operatori logici:
y = (a AND b) OR (a OR (NOTb))
Ora, per ogni coppia di valori a e b, determiniamo il valore della funzione y.

Si perviene così alla seguente tabella:

a	b	y
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Sintesi delle funzioni logiche:
A partire dalla tabella di verità, bisogna determinare una possibile funzione (in termini di operatori logici) che soddisfi i valori di tale tabella.
A tal scopo, possiamo utilizzare due possibili rappresentazioni della funzione:

- Prima forma canonica (1FC)
- Seconda forma canonica (2FC)

Prima forma canonica di una funzione logica:
La funzione è espressa mediante una somma logica di termini (detti mintermini).
Ogni riga della tabella, in cui la funzione y risulta 1, dà origine ad un mintermine.
Il mintermine si forma mediante prodotto logico delle variabili le quali se compaiono con valore 0 vengono negate, altrimenti se compaiono con valore 1 rimangono invariate.

Esempio 1FC:
Data la seguente tabella di verità, sintetizzare la funzione y in 1FC:

a	b	y
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Poiché in tabella la funzione y presenta tre valori 1 (prima, seconda e quarta riga), la funzione sarà caratterizzata dalla somma logica di tre mintermini.
Rispettivamente i mintermini sono i seguenti:

- prima riga: a b (a=0 e b=0 devono essere entrambi negati)
- seconda riga: a b (a=0 negato, b=1 non negato)

- quarta riga: a b (a=1 e b=1 entrambi non negati)

L’espressione della funzione in 1FC sarà dunque la seguente:
y = (a b) + (a b) + (a b) ovvero:
y = (NOTa AND NOTb) OR (NOTa AND b) OR (a AND b)

Seconda forma canonica di una funzione logica:
La funzione è espressa mediante un prodotto logico di termini (detti maxtermini).
Ogni riga della tabella, in cui la funzione y risulta 0, dà origine ad un maxtermine.
Il maxtermine si forma mediante somma logica delle variabili le quali se compaiono con valore 1 vengono negate, altrimenti se compaiono con valore 0 rimangono invariate.

Esempio 2FC:
Data la seguente tabella di verità, sintetizzare la funzione y in 2FC:

a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

Poiché in tabella la funzione y presenta tre valori 0 (prima, terza e quarta riga), la funzione sarà caratterizzata dal prodotto logico di tre maxtermini.
Rispettivamente i maxtermini sono i seguenti:

- prima riga: a+b (a=0 e b=0 entrambi non negati)
- terza riga: a+b (a=1 negato, b=0 non negato)
- quarta riga: a+b (a=1 e b=1 entrambi negati)

L’espressione della funzione in 2FC sarà dunque la seguente:
y = (a+b)(a+b)(a+b) ovvero:
y = (a OR b) AND (NOTa OR b) AND (NOTa OR NOTb)

Osservazione:
Al fine di minimizzare l’uso degli operatori logici (a cui corrispondono le relative porte logiche) la scelta tra 1FC e 2FC dipenderà dal valore della funzione y.
Se il numero dei valori 1 (nella colonna y della tabella di verità) è inferiore al numero dei valori 0 allora sarà più conveniente procedere con la sintesi per 1FC. Viceversa, se il numero dei valori 0 della funzione è inferiore al numero dei valori 1 sarà più conveniente sintetizzare utilizzando la 2FC.